

Разработчик:

Тимошко Ж.И.

Инструкция к практическому занятию: «Решение простейших тригонометрических уравнений»

- Цель работы:**
1. Отработать навыки решения простейших тригонометрических уравнений.
 2. Закрепить знание формул для решения тригонометрических уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
 3. Развить навыки работы с тригонометрическим кругом.

Оборудование: карта индивидуальных заданий, тригонометрический круг.

Порядок выполнения работы:

1. Ответьте на контрольные вопросы:
 - а) формулы решений уравнений вида $\sin x = a$;
 - б) формулы решений уравнений вида $\cos x = a$;
 - в) формулы решений уравнений вида $\operatorname{tg} x = a$;
 - г) формулы решений уравнений вида $\operatorname{ctg} x = a$.
2. Изучите условия заданий.
3. Выполните задания.
4. Оформите отчёт о работе.

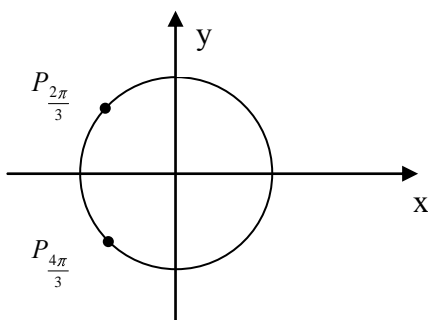
Указания к выполнению практической работы:

Задание 1. Найти корень уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[0; \pi]$.

Ответ: $\frac{\pi}{3}$.

Задание 2. Отметьте на единичной окружности точки P_t , где $t \in [0; 2\pi]$, если верно равенство $\cos t = -\frac{1}{2}$.

Ответ:



Задание 3. При каком значении a корнями уравнения $\sin x = a$ в промежутке $[\pi; 2\pi]$, являются числа $\frac{7\pi}{6}$ и $\frac{11\pi}{6}$?

Ответ: при $a = -\frac{1}{2}$.

Пример 4. Является ли число $\frac{\pi}{2}$ корнем уравнения $\frac{1 - \sin x}{\cos x} = 0$? Ответ обоснуйте.

Решение. Подставим $\frac{\pi}{2}$ вместо x . Получим:

$$\frac{1 - \sin \frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2}} = 0; \frac{1 - 1}{0} = 0; \frac{0}{0} - \text{неопределённость.}$$

Ответ: не является.

Пример 5. Решите уравнения: а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$; б) $2\sin\frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$; в) $\cos(7 - x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 5x = -1$; д) $\sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -1$; е) $\frac{8}{8^{\sin 3x}} = 2\sqrt{2}$.

Решение. а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$

$\sin x = 0$ $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x - \frac{\pi}{6} = \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) $2\sin\frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$

$$2\sin\frac{x}{4} = \sqrt{3};$$

$$\sin\frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$\sin x = a$ $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{x}{4} = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{x}{4} = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{4\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{4\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

в) $\cos(7 - x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x = a$ $x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$7 - x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$7 - x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z;$$

$$x = 7 \pm \frac{5\pi}{6} - 2\pi k, k \in Z.$$

Ответ: $x = 7 \pm \frac{5\pi}{6} - 2\pi k, k \in Z.$

г) $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 5x = -1$

$$\operatorname{tg} 5x = -\frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\operatorname{tg} x = a$$
$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$$

$$5x = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \pi k, k \in Z;$$

$$5x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

$$x = -\frac{\pi}{30} + \frac{\pi k}{5}, k \in Z.$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{30} + \frac{\pi k}{5}, k \in Z.$

д) $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = -1$

$$\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = -\frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$
$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$$

$$\frac{\pi}{4} - x = \operatorname{arcctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \pi k, k \in Z;$$

$$\frac{\pi}{4} - x = \frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{3} - \pi k, k \in Z;$$

$$x = \frac{3\pi - 8\pi}{12} - \pi k, k \in Z;$$

$$x = -\frac{5\pi}{12} - \pi k, k \in Z.$$

Ответ: $x = -\frac{5\pi}{12} - \pi k, k \in Z.$

е) $\frac{8}{8^{\sin 3x}} = 2\sqrt{2}$

$$8^{1 - \sin 3x} = \sqrt{8};$$

$$8^{1 - \sin 3x} = 8^{\frac{1}{2}};$$

$$1 - \sin 3x = \frac{1}{2};$$

$$\sin 3x = 1 - \frac{1}{2};$$

$$\sin 3x = \frac{1}{2};$$

$\sin x = a$ $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in Z$

$$3x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, \quad k \in Z;$$

$$3x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z;$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}, \quad k \in Z.$$

Ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}, \quad k \in Z.$

