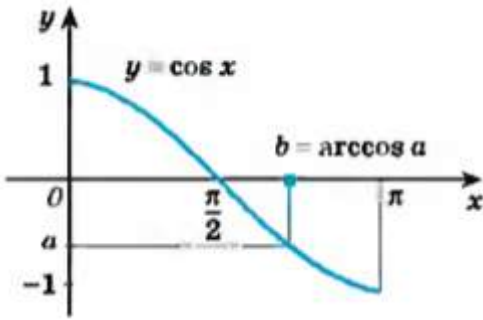


# Обратные тригонометрические функции арккосинус, арксинус, арктангенс и арккотангенс

## 1. Арккосинус



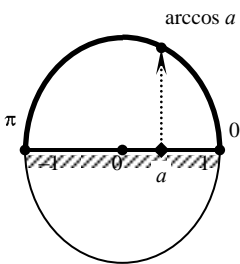
Рассмотрим функцию  $y = \cos x$  на отрезке  $[0; \pi]$ . На этом отрезке функция монотонна (убывает).

**Опр.** Арккосинусом числа  $a$  (где  $a \in [-1; 1]$ ) называется такое число  $b$  из интервала  $[0; \pi]$ , косинус которого равен  $a$ .

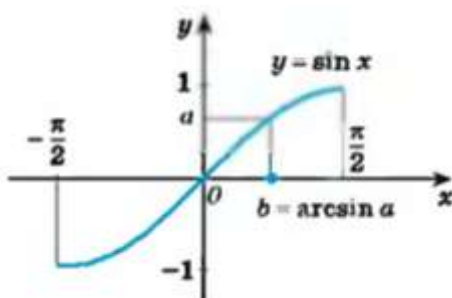
$$\arccos a = b \Leftrightarrow \begin{matrix} [-1; 1] & [0; \pi] \\ \cos b = a \end{matrix}$$

### Свойства:

- 1) Область определения:  $[-1; 1]$
- 2) Область значений:  $[0; \pi]$
- 3)  $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$  – ни чётная, ни нечётная
- 4)  $\cos(\arccos a) = a, a \in [-1; 1]$   
 $\arccos(\cos a) = a, a \in [0; \pi]$



## 2. Арксинус



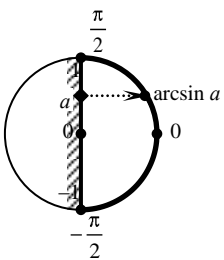
Рассмотрим функцию  $y = \sin x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ . На этом отрезке функция монотонна (возрастает).

**Опр.** Арксинусом числа  $a$  (где  $a \in [-1; 1]$ ) называется такое число  $b$  из интервала  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , синус которого равен  $a$ .

$$\arcsin a = b \Leftrightarrow \begin{matrix} [-1; 1] & [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \sin b = a \end{matrix}$$

### Свойства:

- 1) Область определения:  $[-1; 1]$
- 2) Область значений:  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
- 3)  $\arcsin(-a) = -\arcsin a$  – нечётная
- 4)  $\sin(\arcsin a) = a, a \in [-1; 1]$   
 $\arcsin(\sin a) = a, a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$



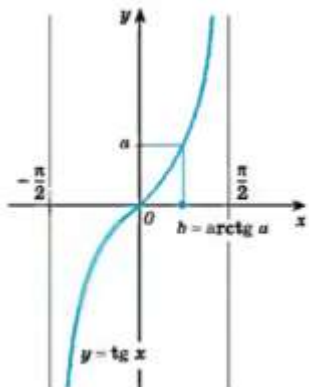
**Задание 1.** Заполните таблицу и для каждого найденного значения дать геометрическое толкование:

$a$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1
$\arcsin a$									
$\arccos a$									

**Задание 2.** Вычислить:

- $\cos\left(3\arcsin\frac{1}{2} - \operatorname{arctg}(-1)\right)$
- $\sin(\arccos(-1) + \operatorname{arctg}\sqrt{3})$

### 3. Арктангенс



Рассмотрим функцию  $y = \operatorname{tg} x$  на интервале  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . На этом отрезке функция возрастает и принимает все значения из  $\mathbb{R}$ .

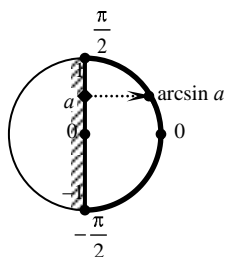
**Опр.** Арктангенс числа  $a$  (где  $a \in \mathbb{R}$ ) называется такое число  $b$  из интервала  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ , тангенс которого равен  $a$ .

$$\begin{matrix} (-\infty; \infty) & \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ \operatorname{arctg} a = b \Leftrightarrow \operatorname{tg} b = a \end{matrix}$$

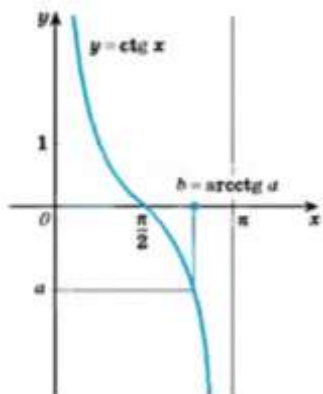
#### Свойства:

- Область определения:  $a \in \mathbb{R}$
- Область значений:  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
- $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$  – нечётная
- $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a, a \in \mathbb{R}$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} a) = a, a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$



### 4. Арккотангенс



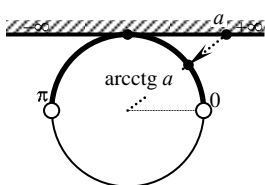
Рассмотрим функцию  $y = \operatorname{ctg} x$  на интервале  $(0; \pi)$ . На этом отрезке функция убывает и принимает все значения из  $\mathbb{R}$ .

**Опр.** Арккотангенс числа  $a$  (где  $a \in \mathbb{R}$ ) называется такое число  $b$  из интервала  $(0; \pi)$ , котангенс которого равен  $a$ .

$$\begin{matrix} (-\infty; \infty) & (0; \pi) \\ \operatorname{arcctg} a = b \Leftrightarrow \operatorname{ctg} b = a \end{matrix}$$

#### Свойства:

- Область определения:  $a \in \mathbb{R}$
- Область значений:  $(0; \pi)$
- $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$  – ни чётная, ни нечётная
- $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a, a \in \mathbb{R}$
- $\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} a) = a, a \in (0; \pi)$



**Задание 3.** Заполните таблицу и для каждого найденного значения дать геометрическое толкование:

$a$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	-1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$							
$\operatorname{arcctg} a$							

**Задание 4.** Вычислить:

1)  $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\operatorname{arcctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

2)  $\operatorname{ctg}\left(\arccos\frac{1}{2} - 3\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right)$